

Daniele Gouthier

I DADI E LE LORO FORME

(aprile 2007)

[1]

Due regali di compleanno

Leela corre, ha in una mano la merenda e nell'altra stringe la giacca, lo zaino le sbatte su una spalla. Chiara la sta aspettando in strada e la sente arrivare da dietro la curva: una furia marrone, col fiatone, gli occhi neri che brillano e i capelli sparati in tutte le direzioni.

- Aspetta un attimo – grida Leela arrivando, e getta tutto sul marciapiede per fare ordine.

«Perché non si sistema a casa?» è il pensiero di Chiara: Leela si mette la giacca, butta la merenda nello zaino e ci rovista dentro alla ricerca di un pacchetto tutto sgualcito che appoggia sul marciapiede.

- È per te, per il tuo compleanno – le sorride Leela. Chiara lo apre come ha sempre visto fare dalla mamma, con molta attenzione. Prende piano piano un angolino del primo pezzo di scotch e lo solleva lentamente senza far venire via i colori dalla carta. Poi fa lo stesso con il secondo. Quando il pacchetto è aperto da una parte, lo stringe appena con una mano in modo che la carta faccia una pancia tonda e due fermacapelli di legno le cascano in mano. Leela regala a tutte le amiche qualcosa che viene dal Bangladesh.

- Sono bellissimi – la ringrazia Chiara e se li mette.

Strada facendo, Chiara tira fuori dalla tasca cinque dadi colorati: viola, rossi, giallo, verde e blu.

- Guarda. Me li hanno regalati mamma e papà – ne dà tre a Leela e giocherella con gli altri due. I dadi sono di una bella

plastica dura un po' trasparenti e la luce del sole li attraversa facendoli diventare luminosi e più colorati.

- Sono bellissimi -
ride Leela - e sono
tutti diversi! Che
forme strane!
Quanti lati! E che
numeri: guarda,
questo triangolare
ha i numeri vicini
alle punte. - Se li
passano, li
guardano,
commentano,



ciascuna se li gira per le mani, si fermano anche a lanciaarli su una panchina.

Di solito è Leela che ha le cose più strane, certi giochi che vengono dal suo paese e che qui nessuno conosce. È sempre lei a essere al centro dell'attenzione e a far divertire le amiche. Così oggi Chiara è tutta contenta e orgogliosa del regalo di papà e mamma: dei dadi così non ci sono neanche in Bangladesh. Leela non ne ha mai visti prima fatti così, questo è chiaro!

- Guarda, è venuto 11.
- E a me 17.
- 8
- 13
- Fino a che numero vanno?

- Qui c'è un 15.
- Ma se hai già trovato un 17.
- Questo è quello normale, arriva fino a 6.
- E questa piramide ne ha 4.

Li mettono da parte e Leela prende quello blu, mentre Chiara ha il dado giallo: «Questo arriva fino a 8». «E il mio ha 20 numeri: sono tantissimi!» le fa eco l'amica.

Poi assieme contano le 12 facce del dado verde.

- Belli! A cosa servono?
- Boh. Non lo so. A me piacciono per giocare. Ieri sera abbiamo giocato al gioco dell'oca con questi dadi: si fanno certe corse.

Di lancio in lancio, finisce che fanno tardi. Arrivano che la campanella è già suonata e la maestra Silvia ha messo tutti i compagni in fila per due. Leela e Chiara si prendono per mano e si sistemano in fondo alla coda tutte accaldate per la corsa, con le giacche mezze storte, gli zaini ballerini e una voglia di ridere che scappa da tutte le parti. La maestra Silvia si gira solo per lanciare un'occhiata e fa finta di non aver notato che sono arrivate tardi. Poi tutti assieme salgono in classe.

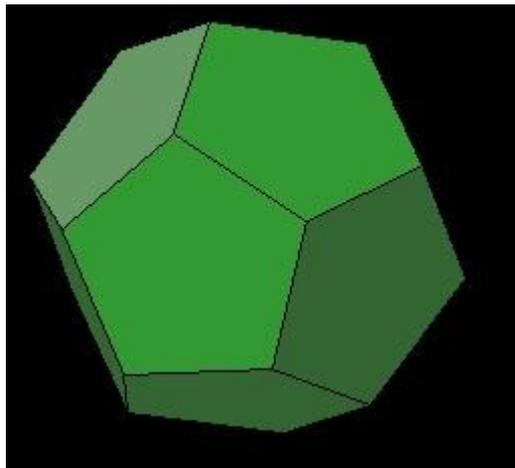
Cinque dadi speciali

- Il maestro Paolo è malato- li informa Silvia, dopo che tutti si sono seduti, sistemati, calmati e l'hanno salutata. «Ohh» commenta in coro la classe. Non che Silvia sia una cattiva maestra, anzi!, solo che con Paolo si ride di più, si parla in

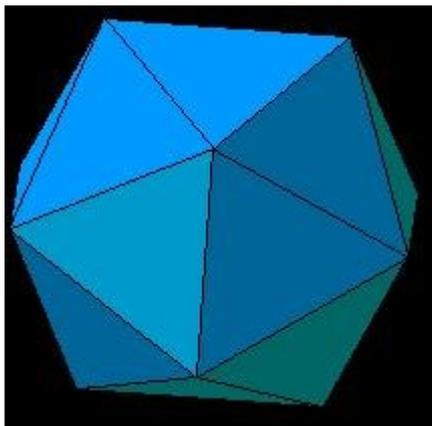
inglese, si ritaglia cartoncini, ci si riempie di colla e soprattutto si va in palestra. La maestra Silvia è un po' più severa e ogni tanto diventa tutta seria, soprattutto quando c'è dettato o quando qualcuno va alla lavagna a fare quelle lunghissime moltiplicazioni.

«Così oggi staremo tutto il giorno assieme, e per non stancarci troppo ho pensato un'attività speciale che faremo prima di pranzo».

Dopo l'intervallo, Silvia li chiama tutti attorno alla cattedra e dice: - Ieri era il compleanno di Chiara e il suo papà e la sua mamma le hanno regalato dei bellissimi dadi che mi ha mostrato nell'intervallo. Per favore, Chiara, valli a prendere. - Mentre Chiara li



tira fuori dalla giacca, Silvia continua: «E così mi è venuta un'idea. Guardiamo questi bellissimi dadi», e li lancia sulla cattedra. Subito cento mani si lanciano per prenderli e i fortunati cominciano a guardarli.



- Questo è blu.

- Il mio è verde.

- Rosso.

- E guarda come sono lucidi e luminosi!

Silvia non deve fare neanche tante domande: subito salta fuori

che uno ha quattro lati, un altro ne ha sei, il terzo ne ha otto, un altro ancora ne ha dodici e l'ultimo ne ha venti.

- Manca quello con dieci lati!
- E anche quello con quattordici.
- Con sedici e con diciotto.
- E anche tutti quelli dispari.
- Non è che mancano, bambini. È che non esistono proprio! -, dice loro Silvia.

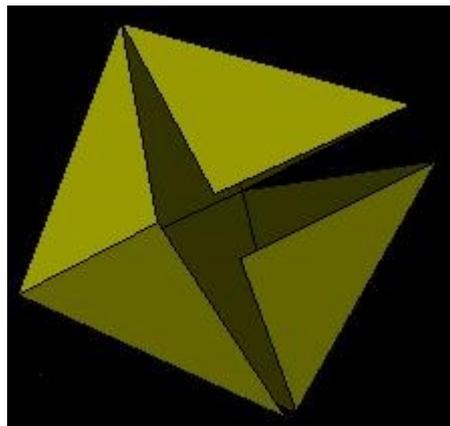
«Come? Cosa? Perché?» è un coro di domande, mentre l'eccitazione aumenta, i dadi corrono da una mano all'altra, vengono lanciati, rotolano per terra e la confusione è tanta.

Perché ci sono solo cinque poliedri?

Ogni bambino è tornato a sedersi al suo banco. La maestra ha chiesto a Chiara di lasciare i cinque dadi sulla cattedra. E piano piano il parlottio si spegne.

- Se vogliamo capire perché non ce ne sono altri, prima abbiamo bisogno di descrivere come sono fatti.

- Uno è giallo...
- Secondo voi i colori sono importanti?
- Sì.
- No.



- Forse, servono solo per giocare ma i colori possono anche essere altri.

- Oppure tutti uguali.

- Benissimo. Anch'io penso che non dobbiamo guardare troppo i colori. Usiamoli solo per distinguerli: c'è il dado viola, quello rosso, quello giallo, verde e blu. Va bene?

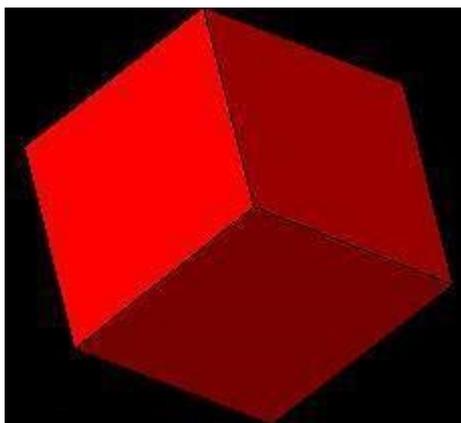
«Sì», rispondono in coro.

- Prendiamo quello rosso. Come lo descriviamo?

- È il dado.

- Cioè il cubo.

- Sapete dirmi quanti lati ha?



- Sei

- Ne ha sei come in tutti i giochi.

- Benissimo. I sei lati del cubo si chiamano facce. Anzi chiamiamo facce i lati di tutti i dadi. D'accordo? Adesso, mettetevi in gruppo e ciascun

gruppo prende un dado. Voglio che contiate quante facce ha il vostro dado. E che cerciate di capire che forma hanno.

I bambini si raggruppano attorno a cinque banchi. Silvia distribuisce i dadi e parte una bella discussione, o meglio cinque belle discussioni.

Alla fine ognuno sa quante facce ha il suo dado e hanno anche scoperto che le facce di quello viola sono triangoli, di quello

rosso quadrati, di quello giallo di nuovo triangoli, di quello verde pentagoni regolari e di quello blu ancora una volta triangoli.

- Mi avete detto che le facce verdi sono pentagoni regolari e che quelle rosse sono quadrati, benissimo. Come sono i triangoli viola, gialli e blu?

- Tutti uguali.

- Uguali come?

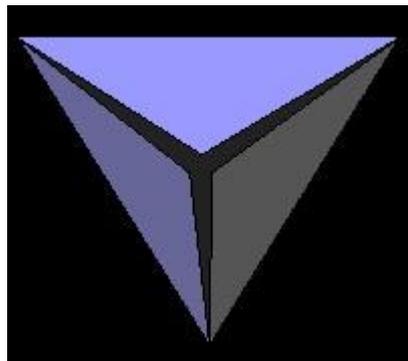
- Uguali tra loro.

- E hanno anche tutti i lati uguali.

- Si dice equilateri.

- Esatto! I triangoli sono sempre triangoli equilateri. Le facce dei dadi sono triangoli equilateri, quadrati o pentagoni regolari.

C'è ancora qualche piccola discussione, qualche bambino riprende un dado, lo guarda e confronta le facce. È proprio così: i triangoli sono tutti uguali e tutti equilateri.



- I dadi si chiamano dadi nei giochi ma per la geometria sono poliedri regolari. Che parolona! Vi ricorda qualcosa?

- I pentagoni regolari.

- Gli esagoni regolari.

- I poligoni regolari.

- Bene! E cosa sono i poligoni regolari?
- Sono le figure con tutti i lati uguali.
- Anche gli angoli devono essere tutti uguali.
- C'è quello con tre lati, quello con quattro, quello con cinque...
- Quello con quanti lati vuoi!

«Bravi. Vi ricordate bene. I poligoni regolari sono infiniti. Pensate un numero e potete disegnare il poligono regolare che ha quel numero di lati. E non vi fermate mai. I poliedri regolari sono la stessa cosa per i solidi. Sono i solidi che hanno tutte le facce e tutti gli angoli uguali. Soltanto che, alla fine delle fini, i poliedri regolari sono solo cinque: i dadi di Chiara».

«Sei sicura?», Leela come al solito non sa mai quando Silvia dice una cosa vera e quando no, «ci fai vedere perché?».

«Bambini, oggi è tardi e abbiamo dedicato molto tempo a questi bellissimi dadi. Chiediamo a Chiara di portarli venerdì e proveremo a cercare di capire perché i poliedri sono così pochi».

Quali sono gli angoli di un poligono?

È giovedì mattina e i bambini in classe non stanno pensando ai dadi del compleanno di Chiara. Il maestro Paolo è tornato: aveva solo un brutto raffreddore con un po' di febbre e tutto va per il meglio. È entrato in classe, lui non li fa mica mettere in fila per due come Silvia, anzi arriva dopo di loro quando sono già tutti belli sistemati e iniziano a chiacchierare a

gruppetti. E ha appoggiato sulla cattedra uno scatolone. Paolo ha sempre qualche oggetto misterioso.

«Scriviamo alla lavagna i nomi di tutti gli Stati che conosciamo» è stato il suo saluto, una volta tolta la sciarpa e un vecchio golf con le toppe e certi buffi rammendi rosa.

E quanti ne conoscono! C'è l'Italia e ovviamente il Bangladesh che Leela avrebbe voluto dire per prima; ma anche la Russia di Irina di quinta, il Senegal di Renée. E poi: India, Australia, Austria, Svizzera, Svezia, Grecia, Germania, Argentina, Turchia, Turkmenistan, Kazigistan, Togo, Sud Africa, Congo, Belgio, Campania (che il maestro ha cancellato perché è una regione non uno stato), San Marino, Monaco, Portogallo, Marocco, Brasile, America (cioè gli Stati Uniti), Canada, Messico... In tutto ne hanno scritti sessantaquattro.

Poi Paolo si fa aiutare ad aprire lo scatolone e tirano fuori un mondo rotante e con un cavo elettrico che esce da sotto. Quando l'attaccano alla presa, il mondo, che poi è un mappamondo come dice Giuseppe, si illumina tutto e ci sono gli stati gialli, quelli arancioni, quelli rossi e quelli blu. Bellissimo!

Due ore volano a cercare sul mappamondo tutti quei paesi scritti alla lavagna, e per ogni paese c'è un commento, un aneddoto, un racconto. Tranne per il Bangladesh di cui Leela vuole raccontare tutto, tutto quello che sa lei, naturalmente.

Dopo l'intervallo, è la volta della maestra Silvia che entra in classe con quell'aria misteriosa che ha ogni tanto.

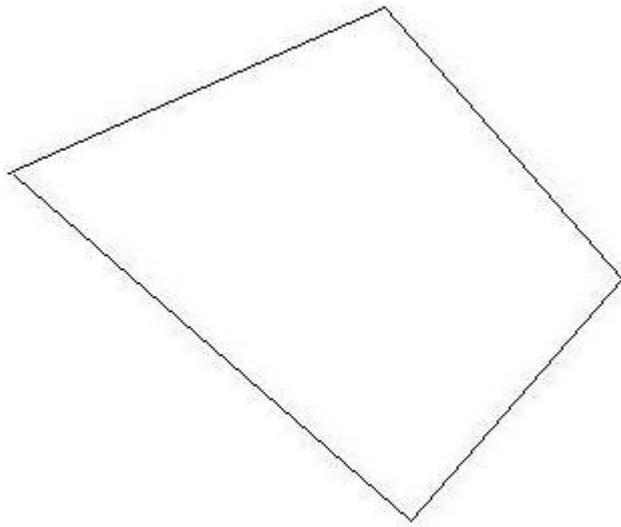
«Prendete il quaderno di geometria», dice soltanto e cancella in fretta la lavagna ma le sfuggono ai bordi dei pezzetti dei

viaggi delle ore prima: un inizio di *Ita*, di *Bang*, di *Germ*, di *Gre* e dall'altra parte due *stan*, un *ongo*, un *ogo* e un *ogallo*.

E poi disegna: un triangolo, un rettangolo, un pentagono con qualche lato lungo e qualche lato corto e un esagono, anche lui mezzo storto.

I bambini la conoscono bene e sanno che devono fare le stesse identiche figure sui loro quaderni, e così fanno.

- Chi si ricorda quanto valgono gli angoli di un triangolo?
- Un triangolo come?
- 60° !
- Dipende dal triangolo.
- Un triangolo qualsiasi. Vi ricordate i suoi tre angoli tutti assieme quanto valgono?
- Metà.
- Come un angolo piatto.
- 180° .
- Benissimo. È proprio così: la loro somma è 180° che è un angolo piatto, cioè metà di un angolo giro. Sono tre modi di dire la stessa cosa. E sapete quanto valgono gli angoli di un rettangolo?
- Facilissimo: sono quattro angoli retti.
- E allora?
- Quattro per novanta...
- 360° .



A questo punto Silvia disegna un quadrilatero storto. Non è niente: non è un quadrato, non è un rombo, né un rettangolo o un trapezio. È solo un quadrilatero.

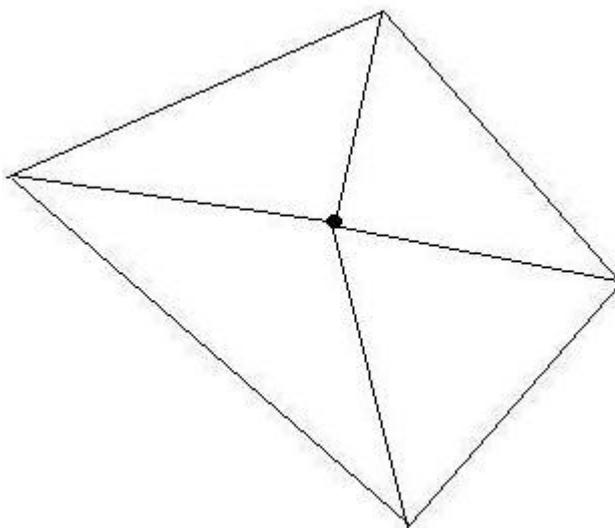
- E gli angoli di

questo qui quanto valgono?

- Sono tutti diversi.
- Qualcuno è grande e qualcuno è piccolo.
- Certo, ma ditemi la loro somma.
- 240°?
- 360°?
- 300°?
- Non andate a caso. Cercate di osservare.
- Un quadrilatero sono due triangoli.
- Brava!
- E allora prendo due volte 180°.
- Che fa 360° come ho detto io.
- Bravissimi. Adesso lasciate che ve lo faccio vedere in un altro modo che ci serve dopo per il pentagono e per l'esagono.

Silvia riprende in mano il gesso e segna un punto nel quadrilatero.

«Ecco, adesso collego questo punto ai quattro vertici».



- L'hai diviso in quattro parti.

- In quattro triangoli!

- Certamente, è proprio così. E voi sapete che gli angoli di ciascun triangolo danno 180° .

- Sì, ma se li conti tutti, prendi anche quegli angoli all'interno.

- Brava, Leela. E quegli angoli all'interno non sono angoli del quadrilatero. Chi sa dirmi quanto valgono?

- Fanno tutto un giro.

- Sono un angolo giro.

- E allora, 360° .

- Perfetto! Allora adesso sapete quanto valgono gli angoli di un quadrilatero.

- Ci sono quattro triangoli e devo togliere 360° .

«Bambini siete bravissimi: ogni triangolo porta un angolo piatto e poi dovete togliere un angolo giro, che è come dire due angoli piatti. Avete quattro angoli piatti meno due angoli piatti: cioè due angoli piatti, 360° , come avete detto prima».

- E adesso chi sa contarli per il pentagono?
- Con un punto dentro lo divido in cinque triangoli.
- E all'interno quanti angoli avete?
- Di nuovo un angolo giro!
- E così gli angoli fanno tre angoli piatti.

La maestra si gira e scrive alla lavagna, sotto alle figure:

alla fine delle fini, se avete una figura con un numero di lati,
la somma dei suoi angoli vale quel numero meno due angoli
piatti.

I bambini sono contenti: sanno che quella frase è una frase da incorniciare e da ricordarsi perché potrà essere molto utile.

Silvia lascia la frase, cancella le figure e al posto di quelle tutte storte ne fa altre regolari: un triangolo equilatero, un quadrato, un pentagono e un esagono regolari.

- Bambini, prima di andare a casa, ditemi ancora una cosa. Adesso, sapete dirmi quanto vale un solo angolo di ciascuna di queste figure?

- Quali figure?
- Queste.
- Sono tutti uguali?
- Certo, e quanto valgono.
- Divido per tre, nel triangolo.

- Nel quadrato, per quattro.
- Nel pentagono, per cinque.
- Nell'esagono, per sei.
- Bravissimi, abbiamo finito.

E scrive un'altra frase da incorniciare:

alla fine delle fini, in un poligono regolare,
ogni angolo vale come il numero di lati meno due angoli
piatti,
tutto diviso per il numero di lati.

Suona la campanella e tutti corrono fuori: dopo tutti quei ragionamenti neanche la maestra Silvia riesce a metterli in fila per due.

Un numero sempre uguale a 2

Quando i bambini arrivano in classe in fila per due, sulla cattedra ci sono: una scatola da tè sigillata, un modellino di pietra della piramide di Cheope che Luca ha portato dall'Egitto l'anno scorso, un piccolo pallone da calcio, ma non proprio un pallone perché non è tondo ma ha gli spigoli che separano gli esagoni bianchi e i pentagoni neri, la scatola di un formaggio francese con la base a esagono e un porta cipria a forma di lingotto, proprio come l'oro di Paperone.

La maestra Silvia invece di farli andare subito ai loro posti li lascia liberi di avvicinarsi alla cattedra ad ammirare quei tesori. «Prendeteli pure, se volete. Basta che tutti possano

vedere e *toccare* e che poi ogni cosa sia di nuovo sul mio tavolo».

Ai bambini non pare vero: la maestra che non li fa subito cominciare con un dettato o con una lezione di storia o ancora con una di quelle incredibili operazioni che si sogna solo lei. Sembra quasi che stia imparando dal maestro Paolo! Era ora!

Nella confusione dei suoi compagni, Chiara appoggia i suoi cinque dadi a fianco degli altri pezzi del tesoro. Ora la collezione è completa e Silvia li manda tutti al loro posto.

- Quelli che avete visto sono gli strumenti della nostra lezione di oggi: una scatola da tè, una piramide, un pallone, un'altra scatola francese e un lingotto. Oltre ai nostri cinque dadi. Per cominciare, vi chiedo cos'hanno in comune tra di loro?

- Sono tutti dei solidi.

- Non hanno curve né pance né cerchi ma solo cose dritte.

- Hanno tutti delle facce.

- Non ci sono buchi.

- Bravi. Quello che c'interessa sono proprio le facce. Ognuno di questi oggetti ha delle facce. Per andare avanti, ho bisogno di insegnarvi due altri nomi: i lati delle facce si chiamano spigoli, proprio come lo spigolo della parete o come gli spigoli di questa cattedra. Ogni spigolo finisce con due vertici, uno da una parte e uno dall'altra.

- Ah! Allora ogni spigolo ha due vertici e due facce.

- Come?

- Cos'hai detto?

- Brava Chiara: ogni spigolo ha sempre due vertici perché ha un inizio e una fine e questi due punti sono proprio i vertici. E poi ogni spigolo ha due facce perché è proprio in uno spigolo che le facce si incontrano.

Mentre parla, la maestra Silvia gira tra i banchi e davanti a ogni allievo mette un foglietto con una tabella come questa.

	Quanti vertici?	Quanti spigoli?	Quante facce?	v+f-s
Scatola da tè				
Piramide				
Pallone				
Scatola francese				
Lingotto				
Dado viola				
Dado rosso				
Dado giallo				
Dado verde				
Dado blu				

«Adesso voglio che per ogni oggetto contiate quanti vertici, quanti spigoli, quante facce ha. Per ora non scrivete niente nell'ultima colonna, ne parleremo dopo. Buon lavoro».

Silvia distribuisce gli oggetti tra i banchi, «fateli girare quando avete finito», si siede alla cattedra e li guarda lavorare.

Dopo un certo tempo, quasi tutte le tabelle sono come questa.

	Quanti vertici?	Quanti spigoli?	Quante facce?	v+f-s
Scatola da tè	8	12	6	
Piramide	5	8	5	
Pallone	60	120	62	
Scatola francese	12	18	8	
Lingotto	6	9	5	
Dado viola	6	4	4	
Dado rosso	12	8	6	
Dado giallo	12	6	8	
Dado verde	20	30	12	
Dado blu	12	30	20	

A dire il vero, molte contengono qualche errore, soprattutto nella riga del pallone, ma non è questo l'importante. L'importante è che tutti hanno capito come contare vertici, spigoli e facce. Anche se dopo tutti quegli incroci, con le dita che saltano da un vertice all'altro, e poi si posano su una faccia e poi su un'altra e poi s'attaccano a uno spigolo, poi a due, a tre, i bambini sono veramente stanchi!

- Secondo voi, cosa ci va nell'ultima colonna, cosa vuol dire v+f-s?

- v+f-s?

- v sono i vertici, s gli spigoli e f le facce.

- giusto!

- È vero.

- Benissimo. Adesso, Luca calcola v+f-s per la scatola da tè!

- $8+12+6$? $8+6$ fa 14. Meno 12 dà 2. Fa 2. Il risultato è 2.

- Bravo Luca. Giuseppe calcola per la piramide.
- $5-8+5$ è $10-8$. Di nuovo 2.
- Ok. Leela calcola il pallone.
- Ma è difficilissimo.
- Dai! Comincia con la somma.
- $60+62$ è... è... 122? Sì è 122.
- Giusto. E poi?
- $122 - 120$ fa 2. Anche qui 2.
- Giusto. Massimo, calcola la scatola francese.
- Fa 2.
- Calcola: non dire così a caso.
- Ma è sempre 2!
- Vediamolo.
- $12+8$ fa 20 e se tolgo 18 arrivo a 2.
- Bravo: Massimo ha capito giusto. Per ogni oggetto, per ogni solido, $v+f-s$ fa due.

E la maestra Silvia ancora una volta scrive alla lavagna un'altra frase da incorniciare:

alla fine delle fini, se contate i vertici, gli spigoli, le facce
e se poi sommate i vertici alle facce e togliete gli spigoli,
avete sempre 2.

«Alla fine delle fini, potete prendere qualsiasi oggetto, di qualsiasi forma, basta che abbia delle facce e che non abbia buchi, e ottenete sempre 2. Divertente, vero?».

Una formula molto strana

Quel venerdì pomeriggio, Leela e Chiara tornano a casa con tanti pensieri per la testa. I dadi che saltellano nella tasca di Chiara sono pieni di misteri, ma la maestra Silvia, brava com'è, li sta svelando uno a uno.

«Abbiamo imparato l'angolo del poligono, ma non ho ancora capito cosa c'entra con i tuoi dadi», fa Leela, «È bello saperlo calcolare sempre, anche se il poligono ha tantissimi lati, e non serve fare tanti ragionamenti: basta conoscere il numero dei lati e poi ogni angolo vale come il numero di lati meno due angoli piatti, tutto diviso per il numero di lati». «Alla fine delle fini», scoppia a ridere Chiara facendo il verso alla maestra Silvia e corre via a tutta velocità.

Quando Leela la raggiunge e riescono a riprendere fiato, Chiara dice «Però a me piace di più la frase di oggi: $v+f-s$ è semplicissima ma neanche il mio papà la sa, di certo. Questa sera ci provo e cascheranno dalle nuvole, mamma e papà».

Poi passa il week-end e il lunedì i bambini si ritrovano in classe. Tutti hanno voglia di tornare ai dadi, di scoprire come va a finire, ma la maestra Silvia fa finta di niente. È come non si accorgesse della loro curiosità, delle loro mezze domande, dei loro bisbigli da banco a banco.

Per fortuna, il giorno dopo, quando entrano in classe, i bambini trovano sulla lavagna scritte due frasi, una la conoscono già, l'altra è nuova:

Alla fine delle fini, in un poligono regolare,
ogni angolo vale come il numero di lati meno due angoli
piatti,
tutto diviso per il numero di lati.

Se ci pensate bene, in un poliedro regolare,
in ogni vertice arrivano almeno tre facce,
e la somma degli angoli che arrivano nel vertice è più
piccola di due angoli piatti.

- Cosa vuol dire?
- Perché hai scritto alla lavagna?
- Quella la sappiamo già.
- Ce l'hai fatta tu.

Dicono i bambini man mano che si siedono. Hanno capito che si tratta di nuovo dell'attività speciale sui dadi e non hanno pazienza di stare tranquilli. In tanti alzano la mano, e altrettanti parlano senza neanche averla alzata. La maestra Silvia deve mantenere tutta la sua calma per poter iniziare.

«Bambini, oggi è la spiegazione più difficile. Dobbiamo stare tutti attenti e tranquilli. I ragionamenti che faremo devono

essere proprio quelli giusti. Se saremo capaci di lavorare per bene, alla fine delle fini, avremo scoperto che forma devono avere le facce dei dadi».

«Cominciamo», «Dai», «Ci spieghi tutto tu?», «Come si fa?», «È difficile?», è tutto un coro di domande. Nessuno riesce a stare buono e zitto.

«Vedo che vi ricordate tutti bene la prima frase. Cercatela sul quaderno, dovete tornare qualche pagina indietro, l'avete incorniciata qualche giorno fa. L'avete trovata? Bene! Adesso sotto la cornicetta, o di fianco, dove avete spazio, scrivete questa formula» E intanto Silvia scrive alla lavagna

$$\frac{n-2}{n}180^\circ$$

- Sapete cosa vuol dire?
- 180 sono degli angoli.
- Perché hai scritto quelle enne?
- Sembra una frazione.
- Leggete la frase nella cornicetta e al posto di il *numero di lati* mettete la lettera enne, come se fosse una sigla. Luca, prova a leggere adesso.
- ... alla fine delle fini, in un poligono regolare, ogni angolo vale come... enne meno due angoli piatti, tutto diviso per... enne.
- Bravissimo. Ecco che è comparso un n-2 che viene diviso per n. La frase e la formula dicono la stessa cosa: quella che avete scritto è la formula degli angoli dei poligoni. Quello che dobbiamo fare adesso è capire quanti lati può avere la faccia di un dado e useremo proprio questa formula.

Solo triangoli, quadrati o pentagoni

- E l'altra frase, le facce nel vertice?
- Ecco che arriva il difficile. Vi ricordate quanti vertici ha uno spigolo?
- Due!
- E quante facce s'incontrano in uno spigolo?
- Due!
- Adesso, secondo voi, quante facce s'incontrano in un vertice?
- ...
- Tre?
- Quattro?
- Tante?
- Cinque?
- Facciamo un passetto per volta: può esserci una sola faccia?
- No!
- Perché no?
- Perché altrimenti il dado è aperto, come il coperchio di una scatola.
- Benissimo: possono esserci due facce?
- Forse...
- Non so...

- Due facce sarebbe come un libro.
- O un vaso.
- O una farfalla, quella della Rai.
- Benissimo, due facce non bastano. Per chiudere un vertice di un dado ne servono almeno tre. Fermiamoci qui, per il momento.

E la maestra Silvia alla lavagna sottolinea la prima metà della frase:

Se ci pensate bene, in un poliedro regolare,

in ogni vertice arrivano almeno tre facce,

e la somma degli angoli che arrivano nel vertice è più piccola di due angoli piatti.

«Adesso, tutti in cortile. E dopo cerchiamo di capire quanto valgono gli angoli».

È uno dei primi giorni di primavera, così tutta la classe corre e si scatena sotto gli aceri della scuola. Tornano su, tutti accaldati e felici, con la mente fresca e la voglia di capire quell'ultima riga alla lavagna.

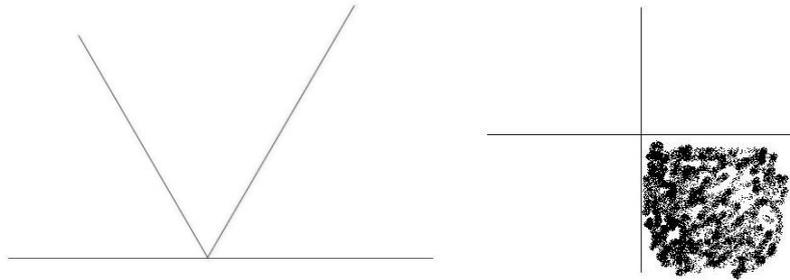
Quando tutti sono seduti al proprio posto, la maestra Silvia apre il cassetto della cattedra e ne tira fuori una manciata di piramidi e di cubi di carta. «Guardate: Paolo sa fare anche dei giochi con la carta, si chiamano origami. Gli basta un foglio per costruire forme bellissime. Prendetene uno ciascuno».

I bambini se li passano e presto sul banco ognuno ha una bella forma colorata e le forbici che Silvia ha fatto tirare fuori dai portapenne.

- Come sono le facce del cubo?
- Quadrati.
- E quanto vale l'angolo del quadrato?
- 90°
- Funziona la formula che abbiamo scritto alla lavagna?
- Ma.
- ...
- Sì.
- Forse...
- Quanti lati ha il quadrato?
- Quattro!
- E quindi cosa dovete fare nella formula?
- Quattro meno due diviso quattro!
- Cioè...
- Cioè...
- Due diviso quattro.
- La metà di 180° che è proprio 90° !
- È vera. La formula è proprio vera.
- E come sono le facce della piramide?

- Sono tutti triangoli.
- Equilateri.
- E quanto vale l'angolo del triangolo equilatero?
- 60°
- 60°
- 60° , lo sappiamo già.
- Nella formula devo fare tre meno due diviso tre.
- Che è 180° diviso tre, cioè 60° .
- Benissimo e quanto valgono tutti assieme gli angoli in un vertice della piramide?
- Ci sono tre facce.
- Tutti gli angoli sono uguali?
- E allora devo fare tre per 60° che dà 180° .
- E per il cubo?
- Ci sono tre facce quadrate e fa tre per 90° ...
- 270° .
- Benissimo! Adesso prendete le forbici e voglio che tagliate il vostro cubo o la vostra piramide lungo uno spigolo. Poi lo aprite tutto e spalancate tutti gli angoli intorno a un vertice.

Tutti si danno un gran da fare. Qualcuno taglia male, qualcun altro smonta il suo origami. Ma alla fine la maestra Silvia può fare due disegni alla lavagna che rappresentano la piramide e il quadrato aperti ciascuno intorno a un suo vertice. Eccoli:



- Ecco: quello che avete fatto con le forbici e con il vostro origami è stato di allargarlo sul piano intorno a un vertice. Nel primo disegno c'è la piramide allargata, nel secondo il cubo. Con questi disegni vedete gli angoli che avete trovato: 180° e 270° . Giusto?

- Sì.

I bambini non hanno dubbi, è tutto chiaro e neanche troppo difficile.

- Tutti e due gli angoli che abbiamo ottenuto sono più piccoli di un angolo giro. E questo succede sempre, per tutti i solidi. Se fate uno qualsiasi dei dadi di Chiara con gli origami e poi lo tagliate vi mancherà sempre una fettina per arrivare a 360° , che sono due angoli piatti. Ed è per questo che ho scritto questa frase alla lavagna.

E Silvia finisce di sottolineare quanto ha scritto:

Se ci pensate bene, in un poliedro regolare,

in ogni vertice arrivano almeno tre facce,

e la somma degli angoli che arrivano nel vertice è più
piccola di due angoli piatti.

Sono avanzati degli origami e così mentre Silvia scrive alcuni bambini iniziano a lanciarsi cubi e piramidi. È tutto un volo di

carte colorate che la maestra blocca con un «bambini!» senza neanche girarsi verso di loro.

«Cosa facciamo adesso?», chiede Leela per rompere il silenzio che si è subito fatto nella classe. «Continuiamo coi dadi?», le fa eco Chiara.

«Adesso abbiamo tutti gli ingredienti per trovare come sono fatte le facce dei dadi. In ogni vertice ci sono almeno tre angoli e la loro somma non deve essere più grande di 360° . Riempite queste tabelline, come sapete», ricomincia a spiegare Silvia come se non fosse successo nulla e intanto distribuisce a ciascun bambino una fotocopia.

n	$\frac{n-2}{n}$	$3 \frac{n-2}{n} 180^\circ$
3		
4		
5		
6		
7		

Dopo un po', quando tutti hanno finito, si fa dettare alla lavagna i risultati e quelli giusti sono:

n	$\frac{n-2}{n}$	$3 \frac{n-2}{n} 180^\circ$
3	$\frac{1}{3}$	180°
4	$\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$	$\frac{3}{2} 180^\circ = 270^\circ$
5	$\frac{3}{5}$	$\frac{9}{5} 180^\circ = 324^\circ$
6	$\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$	360°
7	$\frac{5}{7}$	$\frac{15}{7} 180^\circ = 385^\circ$

- Devi fermarti!
- Le ultime due sono troppo grosse, non vanno bene.
- Bravissimi, dobbiamo prendere solo le formule più piccole di 360° e quindi vanno bene solo le prime tre righe. Che cosa vuol dire?
- Che abbiamo solo n che vale 3, 4 o 5.
- E questo cosa vuol dire?
- Che non è 6.
- O più grande.
- Certo, ma cosa è n ?
- È...
- È
- Eh
- ... è il numero dei lati!
- Di cosa?
- Del dado?
- No! Della faccia?
- Giusto: n è il numero dei lati della faccia. E quindi?
- E quindi le facce hanno n lati.
- Cioè?
- Sono triangoli, quadrati o pentagoni!

Suona la campanella. Tutti a casa!

Troviamoli tutti!

La mattina dopo, Silvia sa che deve finire l'attività dei dadi. Li ha lasciati tutti confusi con quei triangoli, quadrati e pentagoni per la testa! Quegli angoli e quelle tabelline! Quelle frasi incorniciate! Troppe cose da tenere a mente, e soprattutto cosa c'entrano con i dadi? Perché ha detto che i dadi – che poi si chiamano poliedri regolari – sono solo quei cinque? Cosa c'entrano tutti quei ragionamenti un po' divertenti ma molto complicati con i dadi? Perché non ce ne sono altri?

Per questo Silvia ha chiesto a Paolo di scambiarsi le ore: comincia lei e poi lui viene dopo l'intervallo, altrimenti i bambini stanno distratti per tutto il tempo aspettando la fine di quegli strani dadi.

Sulla lavagna in cima c'è scritto:

le facce del dado sono tutte TRIANGOLI EQUILATERI	le facce del dado sono tutte QUADRATI	le facce del dado sono tutte PENTAGONI REGOLARI
--	--	--

Poi Silvia ha scritto la formula:

$$\frac{n-2}{n}180^\circ$$

E ancora sotto, la lavagna è di nuovo divisa in tre:

60°	90°	108°
-----	-----	------

- Bene: oggi finiamo il nostro lavoro! Siete pronti? Tutti i cervelli sono svegli? Triangoli? Quadrati? Pentagoni? Tutto ok?

- Sì

- Vi ricordate dei nostri angoli?

- Sì!

- Allora cominciamo dal pentagono. Quanti pentagoni possono arrivare in un vertice?

- Tre?

- Quattro?

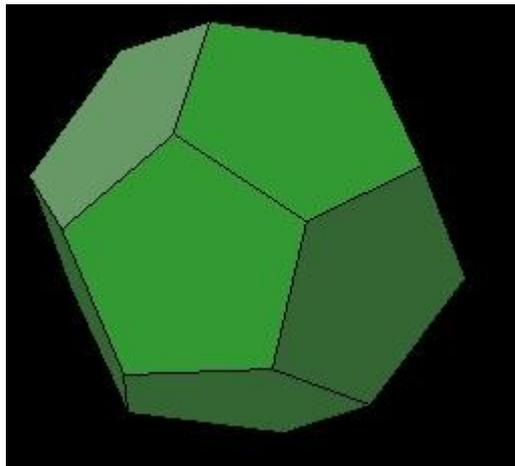
- Quattro no!

- Perché?

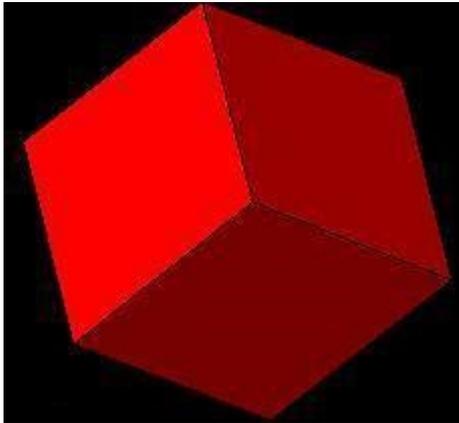
- Perché quattro per 108 fa... fa... fa più di 400.

- E allora?

- Gli angoli in un vertice non devono raggiungere 360°.



- Benissimo: quando la faccia è un pentagono, ci sono proprio 3 facce che arrivano in ogni vertice, non una di meno e non una di più.



- E quando è un quadrato? Sapete cosa succede?

- Ci sono...

- L'angolo vale...

- 90° .

- Tre!

- Tre?

- Sì, perché se ne prendi quattro raggiungi già 360° , che non si può.

- È la stessa cosa che coi pentagoni.

- Certo, sono sempre tre, solo che stanno più vicini: due facce formano un angolo retto, mentre coi pentagoni l'angolo è più largo.

- E coi triangoli?

- L'angolo è 60° .

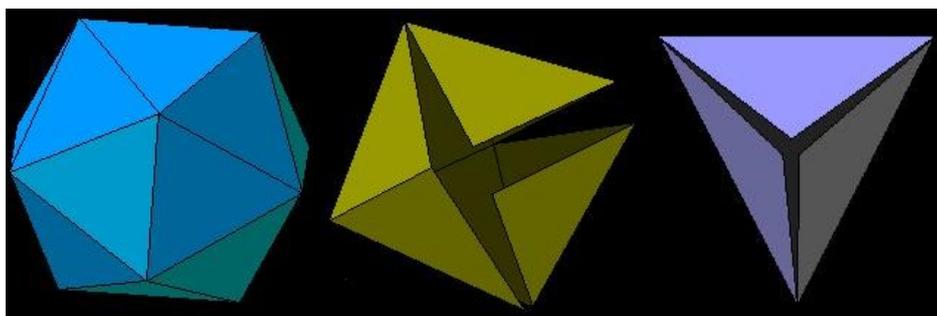
- Tre!

- Quattro!

- Cinque! E sei no perché altrimenti arrivo a 360° .

- Allora quante sono?

- Possono essere tre, quattro o cinque, dipende dal dado. Tutti e tre i casi sono possibili.



La classe è in silenzio. Guardano tutte quelle figure. Poi Leela chiede.

- Abbiamo finito?
- Sì, abbiamo finito.
- Ma siamo tornati ai dadi di Chiara.
- Certo, abbiamo capito come devono essere le facce: triangoli, quadrati e pentagoni...
- Regolari!
- ... certamente, regolari. E poi abbiamo capito che se sono triangoli possono essere tre, quattro o cinque. Mentre i quadrati e i pentagoni sono sempre solo tre. Così, ci sono rimasti solo questi cinque dadi, come volevo farvi vedere...
- Ah.
- È vero.
- Solo cinque.
- Evviva
- ...
- ...
- ... alla fine delle fini.