

Daniele Gouthier

# LA PROVA DEL 9 E LE SUE SORELLE

(marzo 2016)

[1]

---

<sup>1</sup> Apparo in Invito alla natura, nella rubrica 5 minuti di matematica

Ci sono fatti elementari, in matematica, che a ben guardare nascondono tesori inaspettati: e questa è una bella lezione per la vita, non solo per la matematica.

La prova del 9 ne è un esempio.

Tutti sappiamo come funziona

$$\begin{array}{r}
 \phantom{0}53 \\
 \underline{\phantom{0}48} \\
 424 \\
 212 \\
 \hline
 2544 \rightarrow 6
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 \phantom{0}8 \\
 \underline{\phantom{0}3} \\
 24 \\
 \downarrow \\
 6
 \end{array}$$

A fianco della moltiplicazione ne scriviamo un'altra nella quale i fattori sono le somme delle cifre dei fattori: 8 al posto di 53 e 3 al posto di 48 (a dire il vero  $4+8$  è 12, ma a sua volta  $1+2$  è 3 e andiamo avanti esattamente fino a quando otteniamo numeri di una sola cifra).

Calcoliamo questa "moltiplicazione di prova" e otteniamo come prodotto 24, la cui somma delle cifre è 6.

Ora calcoliamo la somma delle cifre del prodotto 2544,  $2+5+4+4=6$ .

Se otteniamo, come in questo esempio, lo stesso numero finale, **possiamo sperare** che la moltiplicazione sia giusta.

Possiamo sperare? Vorrai dire **sappiamo**.

No! Non lo sappiamo, quella che abbiamo è solo una ragionevole speranza.

Se ad esempio avessimo invertito due cifre del prodotto scrivendo, per dire 2454, avremmo un risultato sbagliato che dà ugualmente 6.

---

Private & Confidential with all copyright © Daniele Gouthier (gouthier.daniele@gmail.com)  
 Current Address : via Puccini, 26 - 34078 Sagrado GO (Italy) Phone +39 3338189121 Skype: gouthier.daniele

Oppure potremmo aver sbagliato una cifra in eccesso e una in difetto, ad esempio 3554 che è un altro risultato sbagliato che dà ugualmente 6.

**Primo fatto interessante.** Se la prova del 9 è sbagliata, la moltiplicazione è sbagliata. Ma se la prova del 9 è giusta, non è detto che la moltiplicazione sia giusta. (Naturalmente ci sarebbe anche il caso di un errore nella moltiplicazione di prova, che so  $3 \times 8 = 32$  e  $3 + 2 = 5$ , ma escludiamo questi errori perché i calcoli nella prova sono molto più semplici di quelli nella moltiplicazione)

I matematici dicono che la prova del 9 è una condizione necessaria ma non sufficiente.

La prova del 9 è soltanto un test della correttezza della moltiplicazione e come tutti i test non viene superato solo dalle moltiplicazioni corrette, viene superato anche da qualche “falso positivo”.

Possiamo usare la prova del 9 come un esempio elementare per parlare, in scienze, del concetto di “falso positivo”: è un collegamento interdisciplinare che apre orizzonti interessanti.

Veniamo al secondo fatto interessante: la prova del 9 funziona anche per le altre operazioni. Vediamolo ad esempio su un’addizione, replicando quanto abbiamo fatto per la moltiplicazione.

$$\begin{array}{r}
 5 \quad 3 \quad + \\
 4 \quad 8 \quad = \\
 \hline
 1 \quad 0 \quad 1
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 8 \quad + \\
 3 \quad = \\
 \hline
 1 \quad 1
 \end{array}$$

$\downarrow$                        $\downarrow$   
 2                                      2

---

Private & Confidential with all copyright © Daniele Gouthier (gouthier.daniele@gmail.com)  
 Current Address : via Puccini, 26 - 34078 Sagrado GO (Italy) Phone +39 3338189121 Skype: gouthier.daniele

Non c'è differenza tra un'operazione e l'altra: la prova continua a funzionare, esattamente come per la moltiplicazione. Naturalmente, come per la moltiplicazione "se la prova è sbagliata, l'operazione è sbagliata" mentre se è giusta non si può dire.

Tra tutte le operazioni, la divisione è quella meno immediata perché oltre al quoziente produce anche un resto. Attenzione, dobbiamo fare i calcoli nella divisione di prova senza dimenticarcelo.

Terzo fatto interessante: perché funziona la prova del 9? Ovvero, perché sostituiamo ai termini di un'operazione le somme delle loro cifre?

Che relazione c'è tra 53 e 8? E tra 48 e 3?

Possiamo verificare che 8 e 3 sono i resti di 53 e di 48 nella divisione per 9.

$$53:9=5 R=8 \text{ e } 48:9=5 R=3$$

Allora, la prova del 9 non è altro che la stessa operazione che stiamo facendo calcolata **soltanto** sui resti nella divisione per 9. I matematici dicono che stiamo facendo i calcoli in una congruenza modulo 9. Questo passaggio semplifica i calcoli, perché lavoriamo soltanto con i resti e non più con i numeri "tutti interi".

E questo ci porta al quarto fatto interessante che qui mostriamo solo per la moltiplicazione, ma che facilmente potete verificare per ogni operazione.

Possiamo verificare la correttezza di una moltiplicazione, facendo la prova del 7 (o di un numero a piacere). Come funziona? Dobbiamo calcolare la moltiplicazione di prova

nella quale al posto dei fattori mettiamo i loro resti nella divisione per 7 (o per il numero che abbiamo scelto a piacere).

$$53:7=7 \text{ R}=4 \text{ e } 48:7=6 \text{ R}=6$$

$$\begin{array}{r}
 \phantom{0}5 \phantom{0}3 \phantom{0} \times \\
 \phantom{0}4 \phantom{0}8 \phantom{0} = \\
 \hline
 \phantom{0}4 \phantom{0}2 \phantom{0}4 \\
 \phantom{0}2 \phantom{0}1 \phantom{0}2 \\
 \hline
 \phantom{0}2 \phantom{0}5 \phantom{0}4 \phantom{0}4 \rightarrow 3
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 \phantom{0}4 \phantom{0} \times \\
 \phantom{0}6 \phantom{0} = \\
 \hline
 \phantom{0}2 \phantom{0}4 \\
 \phantom{0} \phantom{0} \downarrow \\
 \phantom{0} \phantom{0} 3
 \end{array}$$

Questo perché  $2544:7=363 \text{ R}=3$ .

Riassumendo.

- 1) La prova del 9 non funziona “per magia” ma perché i numeri che sostituiamo ai fattori sono i resti nella divisione per 9.
- 2) Possiamo fare la prova del 7 (o di qualsiasi altro numero) utilizzando i resti nella divisione per 7.
- 3) La prova del 9 (o del 7 o del...) funziona per tutte e quattro le operazioni elementari.
- 4) Se la prova è sbagliata, l’operazione è sbagliata.
- 5) Se la prova è giusta, non possiamo dire che l’operazione è giusta.

Visto quante cose si nascondono dietro la “elementare” prova del 9?