Daniele Gouthier

INFINITI CRITERI DI DIVISIBILITÀ

(novembre 2015)

[1]

[1] Apparso in Invito alla natura, nella rubrica 5 minuti di matematica

Conosciamo tutti il criterio di divisibilità per 3.

Un numero è divisibile per 3 se e solo se la somma delle sue cifre è divisibile per 3.

Lasciatemene proporre un'altra formulazione. Per farlo, prendiamo il nostro numero e dividiamolo per 10: chiamiamo d il quoziente (d come "decine") e u il resto (u come…).

$47=10\times4+7 \qquad 57=10\times5+7 \quad n=10\times d+u$

Osserviamo che 47 non è divisibile per 3 e che 4+7=11 non è divisibile per 3.

Mentre 57 è divisibile per 3 e che 5+7=12 è divisibile per 3.

Ecco allora la nuova formulazione del criterio.

Un numero è divisibile per 3 se e solo se la somma del quoziente e del resto nella divisione per 10 è divisibile per 3.

È un po' più lungo, è un po' più complesso del criterio classico ma in questa forma ci apre un mondo.

Adesso, in pochi passi saremo capaci di trovare il **criterio di divisibilità per ogni numero primo p**.

Vediamo intanto perché funziona il nuovo criterio.

Se $n=10\times d+u$ è divisibile per 3, allora anche $10\times d+u+9\times u$ è divisibile per 3 (non ho fatto altro che aggiungere un multiplo di 3.

Calcoliamo l'uguaglianza $10\times d+u+9\times u=10\times d+10\times u=10\times(d+u)$.

Quand'è che $10\times(d+u)$ è divisibile per 3? Beh, quando d+u è divisibile per 3. Proprio il nuovo criterio!

Tutto chiaro fin qui?

Riassumo quello che abbiamo fatto.

1. Abbiamo preso un numero
2. Gli abbiamo aggiunto 9 volte le sue unità
3. Abbiamo ottenuto il prodotto tra 10 e d+u
4. Poiché 10 non è divisibile per 3, dobbiamo guardare solo la somma d+u
5. Quindi: il numero n è divisibile per 3 se e solo se la somma d+u è divisibile per 3.

Teniamo a mente questo schema logico perché ne avremo uno analogo per ciascun numero primo.

Pronti? Via!

Facciamo un'osservazione sui **numeri primi**. Possiamo dividerli in quattro famiglie a seconda della loro cifra delle unità:

- P(1)={11, 31, 41, 61…}
- P(3)={3, 13, 23, 43…}
- P(7)={7, 17, 37, 47…}
- P(9)={19, 29, 59, 79…}

I numeri di P(1), moltiplicati per 9 hanno come cifra delle unità… 9.

I numeri di P(3), moltiplicati per 3 hanno come cifra delle unità … 9.

I numeri di P(7), moltiplicati per 7 hanno come cifra delle unità … 9.

I numeri di P(9) hanno… già come cifra delle unità 9.

Per ogni numero primo troviamo un multiplo che ha come cifra delle unità 9.

Fatta questa osservazione, ricaviamo ad esempio il criterio di divisibilità per 7.

Ripercorriamo per 7 i passi che abbiamo fatto per il “nuovo” criterio di divisibilità per 3:

1. Prendiamo un numero $10\times d+u$
2. Aggiungiamogli un multiplo di 7 che finisce per 9, ovvero 49 $10\times d+u+49\times u$
3. Otteniamo $10\times d+50\times u=10\times(d+5\times u)$
4. Poiché 10 non è divisibile per 7, dobbiamo guardare solo la somma $d+5\times u$

Un numero scritto come $10\times d+u$ è divisibile per 7 se e solo se $d+5\times u$ è divisibile per 7.

Verifichiamo che funzioni con due esempi:

532 → $53+5\times 2$→63 è divisibile per 7→532 è divisibile per 7

449 → $44+5\times 9$→89 non è divisibile per 7→449 non è divisibile per 7

E come operiamo con gli altri numeri primi?

Quando un numero $10\times d+u$ è divisibile per 13?

1. Prendiamo un numero $10\times d+u$
2. Aggiungiamogli un multiplo di 13 che finisce per 9, ovvero 39 $10\times d+u+39\times u$
3. Otteniamo $10\times d+40\times u=10\times(d+4\times u)$
4. Poiché 10 non è divisibile per 13, dobbiamo guardare solo la somma $d+4\times u$

Current Address : via Puccini, 26 – 34078 Sagrado GO (Italy) Phone +39 3338189121 Skype: gouthier.daniele

Un numero scritto come $10\times d+u$ è divisibile per 13 se e solo se $d+4\times u$ è divisibile per 13.

Qualche esempio sarà sufficiente per verificare che funzioni.

Quando un numero $10\times d+u$ è divisibile per 19?

1. Prendiamo un numero $10\times d+u$
2. Aggiungiamogli un multiplo di 29 che finisce per 9, ovvero 29 stesso $10\times d+u+29\times u$
3. Otteniamo $10\times d+30\times u=10\times(d+3\times u)$
4. Poiché 10 non è divisibile per 29, dobbiamo guardare solo la somma $d+3\times u$

Un numero scritto come $10\times d+u$ è divisibile per 29 se e solo se $d+3\times u$ è divisibile per 29.

Adesso dovremmo essere in grado di trovare il criterio di divisibilità per un numero primo a nostra scelta.

Se ci provate, mandatemi i vostri criteri: facciamo tutti assieme una raccolta di… infiniti criteri di divisibilità.