Daniele Gouthier

ARGOMENTAZIONE, INTERPRETAZIONE ED ERRORI

(dicembre 2014)

[1]

[1] Apparso in Invito alla natura, nella rubrica 5 minuti di matematica

La matematica è conto, ma è anche racconto. Il ragionamento matematico procede per formule e calcoli ma ancora di più con l'argomentazione. Abbiamo incontrato Pietro Di Martino, ricercatore in didattica della matematica all'Università di Pisa[2]. E abbiamo parlato del ruolo che diamo (o non diamo) all'argomentazione.

Come mai insegniamo così poco ad argomentare in matematica?

L'obiettivo di insegnare ad argomentare nell'ambito dell'educazione matematica sia visto come secondario rispetto ad obiettivi più legati a contenuti specifici. Io la penso diversamente e, quel che è più importante, "la pensano diversamente" anche le nuove Indicazioni Nazionali, infatti lo sviluppo della competenza argomentativa è uno dei traguardi fondamentali dell'educazione matematica.

Lavorare sull'argomentazione matematica è difficile. Argomentare è una competenza trasversale, che mette in gioco competenze linguistiche e dunque ci si scontra con difficoltà di natura linguistica, amplificate dal fatto che il linguaggio matematico ha le sue peculiarità. Ci sono parole del contesto quotidiano, che sono usate anche nel contesto matematico ma non sempre con lo stesso significato.

Un esempio?

La parola *alcuni* nel linguaggio quotidiano è usata per dire "ce n'è uno", di solito più di uno (altrimenti direi esattamente uno), "ma non tutti". In matematica invece può significare anche uno oppure tutti.

---

[2] http://www.dm.unipi.it/~dimartin/index/Ricerca.html

Su un libro di matematica per la scuola primaria per introdurre “nessuno, tutti, alcuni” ho trovato uno schema dal quale emergeva con forza la difficoltà a gestire questa ambiguità tra il senso del termine *alcuni* nel quotidiano e il significato matematico: *nessuna pera* corrisponde a nessuna pera colorata, *tutte le pere* corrisponde a tutte le pere colorate, *alcune pere* corrisponde a due pere su cinque colorate.

Nei tipici quesiti (secondo me molto discutibili, proprio perché giocano sul filo di questa ambiguità) che chiedono di associare frasi di significato equivalente, la presenza dell’aggettivo *alcuni* è garanzia di un’alta percentuale di errori.

Ok. Dobbiamo spiegare meglio che cosa intendiamo con alcuni, e con altri termini con i quali la matematica introduce dell’ambiguità. Più in generale, però, come possiamo gestire l’interpretazione dei nodi linguistici critici?

Certamente l’uso dei singoli termini che possono introdurre difficoltà, è solo uno degli aspetti da gestire lavorando sulle competenze linguistiche. Ci sono studi internazionali sugli aspetti linguistici nell’educazione matematica. Tra questi, consiglio “*Matematica e lingu*aggio” di Pier Luigi Ferrari dell’Università del Piemonte Orientale[3]. Ferrari parte dal principio di cooperazione di Herbert Paul Grice che è basato su quattro massime:

[3] http://www.pitagoragroup.it/pited/Ferrari%20matematica.html

- ✓ “dai un contributo appropriato sotto il profilo della quantità di informazioni (massima della quantità)
- ✓ “non dire cose che credi false o che non hai ragione per credere vere” (massima della qualità)
- ✓ “dai un contributo pertinente ad ogni stadio della comunicazione” (massima della relazione)
- ✓ “esprimiti in modo chiaro, breve, ordinato” (massima del modo).

Secondo Grice, in contesto quotidiano, noi facciamo un sacco di inferenze interpretative (chiamate *implicature*) basate sulla convinzione che il principio di cooperazione sia rispettato. Ferrari osserva come il contesto matematico sia scarsamente cooperativo e come si possano trovare diversi esempi in matematica di violazione di tutte e quattro le massime. Ad esempio, tutte le dimostrazione per assurdo sono una chiara violazione della massima della qualità. E, come abbiamo visto più sopra, se tu dici *alcuni* sapendo che sono *tutti* – corretto dal punto di vista matematico – stai violando la massima della quantità: perché con lo stesso sforzo potevi dare più informazioni. Un’altra violazione della massima della quantità è il caso di “2 minore o uguale di 1000” che è una relazione matematica vera, ma è chiaramente inadeguata in contesto quotidiano: non diresti mai “2 minore o uguale di 1000”. Il disagio provocato da questa inadeguatezza è testimoniato dai molti bambini che ti dicono “non è vero che 2 minore o uguale di 1000, 2 è minore di 1000!”.

Stiamo scivolando da questioni meramente linguistiche ad altre più profonde che riguardano la capacità di esprimerci quando parliamo di matematica.

Esatto: proprio per questo al centro dell’apprendimento matematico dovrebbe esserci l’argomentare.

L’argomentazione è una delle competenze centrali per la crescita della persona: una persona che sa argomentare e che sa valutare le argomentazioni altrui, è una persona più *forte*, meno indifesa.

Voglio sottolineare due cose importanti: la prima è che ad argomentare non si *nasce imparati*, la seconda è che argomentare è una delle competenze su cui il contesto sociale di provenienza fa più la differenza. Un bambino la cui una famiglia ha la possibilità e la volontà di seguirlo, lo stimola a descrivere quel che fa, gli chiede il *perché* delle cose, è naturalmente avvantaggiatissimo rispetto a chi non ha questa opportunità. Per colmare questo deficit, la scuola dovrebbe investire energie sull’argomentazione.

Come possiamo abituarci a (far) argomentare?

La matematica è un contesto ideale per contribuire a costruire questa competenza, ma in realtà a scuola, *proprio in matematica*, non si costruiscono quasi mai occasioni di discussione e di argomentazione. Di conseguenza in matematica i ragazzi raramente si assumono la responsabilità di quello che fanno, dei loro errori: alla domanda “perché hai fatto così?” (tra l’altro fatta esclusivamente quando l’allievo sbaglia, come se argomentare il perché fosse importante solo se la risposta è sbagliata), le risposte più comuni sono del tipo: “perché me l’hai detto tu”, “perché me lo ha detto mio padre”, “perché c’è scritto sul libro di testo”. L’allievo, tutt’al più, si assume la responsabilità di aver sbagliato nell’applicare una procedura, ma non quella sulla scelta di usare una procedura invece di un’altra. D’altra parte è difficile dar torto ai nostri allievi: spesso e volentieri in matematica è richiesto loro proprio di applicare bene procedure imposte da altri (l’insegnante, il libro di testo). Dal punto di vista sociale questo delegare agli altri la responsabilità è piuttosto preoccupante all'epoca del sempre più diffuso “a mia insaputa”.

Cosa succede quando chiediamo agli studenti di argomentare?

Come ti dicevo, è raro che siano sviluppate attività organizzate finalizzate a sviluppare la competenza argomentativa in matematica, nonostante in educazione matematica siano descritte alcune esperienze meravigliose di questo tipo anche a livello di scuola primaria.

A qualsiasi età, se gli allievi non sono abituati a essere stimolati ad argomentare, le prime volte che viene loro richiesto sono perplessi, disorientati, non capiscono l'obiettivo della richiesta. Ad esempio hanno difficoltà a spiegare come hanno fatto a fare una cosa: si ritrovano molte risposte del tipo “perché ci ho pensato bene”, “perché me l'hai detto tu”…

Dobbiamo stimolarli con continuità ad argomentare, altrimenti non possono capirne il senso e non possono saperlo fare. È solo argomentando che si impara ad argomentare: ed è un processo lento, ma continuo (i primi segnali positivi si colgono subito). Si impara ad esempio a capire che l'argomentazione cambia a seconda del contesto e dell'interlocutore: se devo spiegare un concetto matematico a un bambino, a un collega, o al mio babbo, argomento in modo diverso. E questo non dipenda dal fatto che parlo di matematica: ogni argomentazione è data in base al contesto.

Far argomentare in classe è importantissimo anche per dare occasione di ascoltare le argomentazioni altrui e coglierne i punti deboli e i punti forti.

Gli insegnanti di tutti i livelli scolari dovrebbero dedicare un apposito tempo all'argomentare in matematica: non è tempo perso, è tempo dedicato a una delle competenze fondamentali per la crescita dell'allievo, competenza che se ben sviluppata è cruciale per qualsiasi tipo di studio. Tra l'altro l'argomentare, lo spiegarsi il perché delle cose fortifica molto anche la conoscenza degli aspetti più specifici di contenuto, che altrimenti vengono dimenticati in maniera rapida.

Soprattutto a livello di scuola primaria, uno degli ostacoli a proporre attività di argomentazione in ambito matematico è legato ai timori di alcuni insegnanti di poter essere in difficoltà nello spiegare il perché delle procedure. Ad esempio: perché il prodotto in colonna funziona?

La mia opinione è che gli insegnanti non devono avere paura di non sapere alcune cose, e ancor meno di rispondere "non lo so" agli eventuali "perché" che dovessero emergere dagli studenti. Altrimenti finisce che hanno paura delle domande degli studenti e allora, più o meno intenzionalmente, cercano di evitare le occasioni in cui tali domande possono emergere.

Non c'è niente di male che un insegnante dica ai suoi studenti "non lo so, ma ho gli strumenti per informarmi su questo aspetto e discuterlo con voi la prossima volta". È educativamente significativo far vedere che tutti, anche l'insegnante, possono non sapere qualcosa. Si evita di cadere la pericolosissima alternativa di dare in ogni caso una *risposta sicura*, che sicura non è e nemmeno attendibile.

Come possiamo fare per dire “non lo so”?

Il primo lavoro importante, anche nella formazione dei futuri insegnanti, è legato alla sfera “affettiva”: dobbiamo cercare di abituare all’idea che non bisogna aver paura di ammettere di non sapere (e ancor prima non bisogna avere paura di sbagliare). Non si può chiedere agli insegnanti di sapere tutto. Se ci aspettiamo di dover sapere tutto, inevitabilmente abbiamo paura dei processi e degli errori.

E l’interpretazione come ci aiuta a gestire gli errori?

Il lavoro di Ferrari è molto significativo dal punto di vista interpretativo: offre infatti un’interpretazione delle difficoltà matematiche legata ad aspetti linguistici.

Se un allievo ha difficoltà, l’insegnante deve riuscire a interpretare le cause delle difficoltà dell’allievo. Come sottolinea Rosetta Zan nel suo libro “*Difficoltà in matematica. Osservare, interpretare, intervenire*”[4], il punto non è tanto interpretare in maniera corretta tutte le difficoltà dei propri allievi, ma testare la propria interpretazione sui risultati dell’eventuale intervento di recupero. Se l’intervento non funziona potrebbe non essere colpa dell’allievo, ma di un’interpretazione delle cause non fondata. Allora per l’insegnante è cruciale avere un repertorio di interpretazioni sulle difficoltà in matematica. Il problema è che spesso e volentieri consideriamo un’unica interpretazione della difficoltà: “lui ha sbagliato, perché non ha studiato, perché non sa le cose di quel contesto lì. E allora io gli ripeto le cose

[4] http://www.springer.com/education+%26+language/mathematics+education/book/978-88-470-0583-9

di quel contesto lì". Tendiamo ad avere un'interpretazione molto locale: relativa solo al contesto in cui stiamo lavorando. Il secondo è che sono di fatto esclusi tutti gli altri tipi di interpretazione – ad esempio quelli legati ai fattori affettivi o ai fattori linguistici – che invece spesso spesso causa primaria di difficoltà.

Ci fai un esempio?

Prendiamo il quesito: "quale numero tra questi è più vicino a 100?". Molti insegnanti avevano ipotizzato che le difficoltà fossero dovute a problemi con le operazioni tra i decimali (tra le possibili opzioni c'erano quattro numeri decimali), e invece abbiamo scoperto che per quasi tutti era un problema di natura "linguistica": l'aggettivo *vicino* aveva fatto automaticamente escludere tutti i numeri superiori al 100. Nel linguaggio naturale, siamo *vicini* al traguardo prima di superarlo, non dopo! È evidente che un intervento didattico basato su esercizi sui decimali non avrebbe risolto nulla, semplicemente perché l'interpretazione alla base dell'intervento di recupero non intercettava la vera natura del problema.

Come sottolinea proprio Rosetta nel suo lavoro, l'interpretazione è un'ipotesi di lavoro: se funziona, bene; se non funziona, devi passare a un'ipotesi di lavoro alternativa.

Come dobbiamo gestire le nostre interpretazioni?

Dal punto di vista didattico è importante che gli insegnanti mettano in discussione le proprie interpretazioni e che le considerino ipotesi e non certezze (talvolta si scambia l'interpretazione con un'osservazione di un fatto). Il mettere in discussione le proprie interpretazioni è sempre meno frequente con la crescita del livello scolare, perché l'insegnante diventa sempre più uno specialista della materia e questo accresce la convinzione di saper riconoscere le difficoltà da un punto di vista disciplinare. Invece molto spesso i problemi sono su altri aspetti, non su quelli locali; magari sono anche di contenuti, ma non necessariamente di contenuti di quel contesto lì. A volte il contenuto che dovresti riprendere è un contenuto che sta dietro. A volte non è un problema di contenuto, ma è un problema di linguaggio. Altre volte c'è un atteggiamento negativo o ci sono delle convinzioni errate (i cosiddetti fattori affettivi).

Avere un ventaglio ampio di interpretazioni possibili è cruciale per un insegnante, la formazione dovrebbe investire su questo.

Concretamente come si fa ad avere un ventaglio di interpretazioni?

È molto importante conoscere gli studi e le ricerche sulle difficoltà sviluppati negli ultimi trent'anni. Una volta in possesso di più chiavi interpretative, il secondo passaggio è cercare di raccogliere elementi per scegliere quella adeguata, dotandoci di una "ipotesi di lavoro".

Un buon metodo è proprio lavorare sull'argomentazione: spostare l'attenzione dai prodotti (i risultati) ai processi per raggiungere tali prodotti. Insomma far argomentare è fondamentale per permettere agli studenti di costruire la competenza argomentativa, ma anche per dare agli insegnanti strumenti per interpretare le difficoltà. Strumenti che la sola risposta non fornisce, anzi talvolta li mistifica: quante difficoltà si nascondono dietro a delle risposte corrette…

Current Address : via Puccini, 26 – 34078 Sagrado GO (Italy) Phone +39 3338189121 Skype: gouthier.daniele

Qual è il principale ostacolo per spostare l'attenzione dai prodotti ai processi?

È la convinzione che "non c'è tempo". Come se il tempo dedicato a lavorare sul processo, non fosse tempo ben speso (lavorando su uno degli obiettivi cruciali dell'educazione matematica). Tempo che permette di recuperarne altro, proprio perché aiuta l'insegnante a fare interpretazioni più adeguate sulle eventuali difficoltà e quindi intervenire in maniera più mirata ed efficace.

Il fatto che di solito in matematica non si chieda di descrivere, giustificare, spiegare il processo è in un certo senso confermato dal fatto che quando chiediamo ad un allievo "perché hai fatto così?", la tipica reazione è che l'allievo non spiega il perché, ma cambia risposta! D'altra parte siamo abituati a chiedere "perché?" solo a chi fornisce una risposta scorretta: l'attenzione è sul prodotto non sul processo. Il "perché?" non è una dimostrazione di attenzione al processo da parte dell'insegnante, ma è un avvertimento di errore e, coerentemente con questo, l'allievo cambia risposta.

Se invece spostiamo davvero l'attenzione dal prodotto al processo, chiediamo il perché a tutti, perché ci interessa come hanno fatto più ancora del "risultato" e dunque ne discutiamo con loro, non limitandoci ad annuire o a censurare. Così facendo otteniamo anche di depotenziare la tensione sugli errori.

Gli errori: a volte mi viene da pensare che abbiamo paura degli errori. O che se non altro ci disturbino. È così?

È proprio come dici: gli errori disturbano *in primis* noi adulti. Si dice sempre "sbagliando si impara", però poi bastoniamo gli studenti quando sbagliano e cerchiamo di dare esercizi in cui “il rischio di errore” sia limitato (per usare un eufemismo). La ragione principale è che abbiamo paura noi dell’errore dell’allievo. Ci disturba, ci infastidisce!

Un’altra “prova”, come mi ha fatto osservare Rosetta Zan, è il fatto che quando introduciamo un argomento (lo facciamo anche all’università!) spesso mettiamo in guardia dagli errori tipici. Se ci pensiamo bene, questo modo di procedere non ha alcun senso. Dal punto di vista didattico, se sono errori tipici, vuol dire che toccano nodi critici sul quale è bene che gli allievi caschino e ne discutano tra loro e con noi. Cosa vuol dire mettere in guardia dagli errori tipici? Vuol dire “guardate che se sbagliate mi date noia”. Non ha nessun altro senso. Se non li facciamo sbagliare e sappiamo che lì c’è un nodo concettuale, un punto in cui quasi tutti sbagliano, non gli lasciamo affrontare la difficoltà che quindi rimarrà sotto il tappeto. E a posteriori sarà molto più ardua da affrontare.

La paura che gli adulti hanno degli errori in matematica, ha conseguenze disastrose: da una parte passa agli allievi, dall’altra condiziona le scelte didattiche degli insegnanti, portandoli a evitare le attività in cui l’errore e le difficoltà si possono affrontare: proprio le attività che insegnano qualcosa di significativo.

Chiudiamo il cerchio: una di queste attività significative è richiedere di argomentare. Molti dicono che “sono troppo difficili”. Ebbene, proponiamole ai nostri studenti e lasciamo loro la possibilità di avere difficoltà, di sbagliare e di imparare proprio con la forte motivazione di superare le difficoltà.

Lasciamo che i nostri studenti ci facciano domande autentiche e non temiamo di dire “non lo so”: questo offrirà a loro la consapevolezza che nessuno è tenuto a sapere tutto e che, quando non sappiamo, possiamo provare ad andare alla ricerca di una risposta.

Current Address : via Puccini, 26 – 34078 Sagrado GO (Italy) Phone +39 3338189121 Skype: gouthier.daniele