Daniele Gouthier

# LINGUAGGIO, SIMBOLI E MATEMATICA

(novembre 2005)

[1]

[1] Apparso il La stella nova

## Un po' di storia

Cento cinque anni fa, nell'agosto del 1900 si svolgono a Parigi due importanti convegni internazionali. In pochi giorni prima i filosofi, poi i matematici, si incontrano per confrontarsi sullo stato, presente e futuro, delle rispettive discipline e, come se si fossero accordati, i due consessi affrontano una stessa questione, quella della lingua perfetta.

La comunicazione intraspecialistica – negli ultimi decenni dell'Ottocento – era ostacolata dall'uso di lingue diverse: ogni matematico, ogni filosofo, parlava e scriveva nella propria lingua madre e così comprendere ed essere compresi non era una questione matematica o filosofica, ma linguistica.

Davanti a personaggi del calibro di Russell, Peano e Hilbert, il matematico belga Charles Maray accende la polemica fra gli scienziati. Convinto seguace dell'esperanto, Maray lo propone come la possibile lingua ausiliaria internazionale in grado di risolvere i problemi della comunicazione tra matematici.

A sostegno della posizione di Maray, si schierano i maggiori protagonisti della ricerca di una lingua perfetta artificiale, [1]. Leopold Leau e Louis Couturat, matematico il primo, filosofo e logico il secondo, mettono in campo la ferma convinzione che il progresso della scienza sia indissolubilmente legato al definitivo superamento della barriera linguistica.

Couturat identifica nella scienza e nell'industria i due grandi motori di sviluppo della civiltà di inizio secolo, per i quali l'unico vero ostacolo alla piena diffusione fra i popoli e le nazioni è la diversità delle lingue. Leau e Couturat hanno un ruolo da protagonisti ai convegni parigini e, pur non riuscendo a far prevalere le loro posizioni, non esitano a stroncare le decisioni prese dai colleghi a Parigi, riportando l'attenzione dei matematici sulla possibilità di costruire un linguaggio artificiale che possa venire assimilato da tutti. Però, i matematici si dividono e prendono la decisione, su proposta del russo Vasil'ev, di stabilire un numero limitato di lingue naturali da usare per evitare la Torre di Babele nella letteratura scientifica.

E la storia della matematica di inizio Novecento ci dice che la scelta di utilizzare un numero limitato di lingue naturali è stata vincente e che ogni tentativo di scegliere una lingua perfetta artificiale (quale, ad esempio, il latino sine flexione di Giuseppe Peano, [3]) non ha prodotto un uso diffuso e una comunità che la facesse propria.

Al di là della disputa, ciò che è stato messo significativamente in luce a Parigi nel 1900, è la questione del rapporto tra le lingue e la conoscenza matematica. Più in generale Charles Maray enuncia un problema che risulterà essere tanto importante quanto i più celebri problemi con i quali Hilbert delinea, sempre al convegno di Parigi, gli sviluppi futuri della disciplina, e che, dal nostro punto di vista, può essere formulato come:

> *i problemi della comunicazione rischiano di vanificare gli sforzi e il lavoro della comunità matematica*.

Il ruolo della comunicazione è centrale anche nel pensiero di Giuseppe Peano: il matematico torinese vede il rischio della Torre di Babele, non solo sul piano linguistico, ma addirittura su quello culturale. I matematici non sanno comunicare tra loro in modo comprensibile perché, oltre a una selva di lingue, ce n'è una ben più inestricabile di simboli e notazioni.

All'inizio del Ventesimo secolo, infatti, era ancora possibile che ciascun matematico adottasse la simbologia che si creava da sé per scrivere i propri lavori. Non c'era nessuna consuetudine o prassi che spingesse a uniformare gli strumenti della comunicazione intra-specialistica.

Quest'esigenza di uniformazione spinge Peano a farsi promotore di alcuni progetti di carattere universale. Peano raccoglie un *Formulario Mathematico*, nel quale presenta tutto lo scibile matematico in un unico volume; elabora cinque postulati per fondare il sistema dei numeri naturali; propone un simbolismo per esprimere tutta la matematica. E proprio il simbolismo di Peano verrà successivamente sostenuto da Bertrand Russell che si impegnerà per la sua più ampia diffusione.

Alla luce di oltre un secolo di matematica, il simbolismo di Peano ha avuto il merito di offrire uno strumento effettivamente comune alla comunità matematica ma anche il limite di costituire una cortina che nasconde ai più il vero senso di un asserto matematico, [4].

Così, oggi accade che anche il pubblico è forzatamente consapevole che il rapporto tra linguaggio e matematica è al centro della sua relazione con la scienza.

# Il problema di Maray rivisitato

Studiando come i bambini e i ragazzi percepiscono la scienza e in particolare la matematica, [5], emerge come il linguaggio della scienza si fondi su di un linguaggio sostanzialmente matematico. Hanno cioè la consapevolezza che la matematica entra come momento essenziale nel lavoro dello scienziato e che l'astrazione e la formalizzazione, ma anche la previsione e la costruzione di modelli, sono strumenti per capire.

Ciò che ci interessa qui, però, è che i ragazzi sono anche convinti che la matematica abbia un ruolo nella comunicazione tra scienziati ma anche in quella tra gli scienziati e il pubblico. Sanno che la matematica serve a scrivere per capire le proprietà dei fatti scientifici ma pensano, ancor di più, che serve agli scienziati per comunicare tra loro, e la sua efficacia risiede nella capacità di fissare in modo rigoroso attraverso la definizione il significato di ciascun termine. Anche in un enunciato elementare, quale

> *in un triangolo rettangolo, il quadrato costruito sull'ipotenusa è equivalente ai due quadrati costruiti sui cateti,*

le parole non *matematiche* si limitano ad articoli e preposizioni, tutto il resto ha una definizione univoca.

La comunicazione è più agevole, se non addirittura possibile, perché tutti i membri della comunità che legge e comprende l'enunciato condividono il significato e l'uso dei termini: triangolo, rettangolo, quadrato. Per ciascuno c'è una definizione rigorosa.

Nelle situazioni in cui è necessario condividere un enunciato con pubblici di non esperti, bisogna avere presente che questi, in quanto non esperti, non condividono la definizione rigorosa dei termini matematici. Quindi la comunicazione pubblica, di fatto, prescinde dal rigore e dalle definizioni, e allora, se la stessa comunicazione *tra* non esperti è rilevante per l'evoluzione della matematica, *i problemi di comunicazione pubblica rischiano di vanificare gli sforzi e il lavoro della comunità matematica.*

Per questo, è importante capire come interviene il linguaggio nella comunicazione pubblica della matematica e come vengono accolte, trasformate e riformulate le sue peculiarità, quali la definizione rigorosa dei termini, l'apparente distacco da ogni forma retorica, l'uso frequente e cruciale dei simboli.

Infatti, se la matematica è parte della cultura, il suo legame inestricabile col linguaggio deve essere dipanato, in modo da consentire ai non esperti di sviluppare strategie di comprensione e di comunicazione.

## Matematica e ambiguità

Un'altra convinzione con cui fare i conti è che la matematica (e non solo il suo linguaggio) sia rigore. Questa è un'equivalenza molto stretta che connota fortemente l'immagine che si ha della matematica, [5]. Inoltre, a questa si affianca una seconda convinzione che ci dice che il rigore è garanzia di buoni risultati e quindi la matematica sta dietro ai buoni risultati, proprio in quanto rigorosa, per antonomasia.

D'altra parte, un'analisi più profonda ci dice che nella comunicazione anche della matematica, una certa dose di ambiguità è insita. Infatti,

*«anche se si ritiene che la matematica abbia un linguaggio più preciso di quello dell'uso*

*quotidiano (ecco perché usa i* simboli*), i suoi termini non sono mai completamente liberi dalle connotazioni che noi diamo alle parole, e questi sedimenti di significato possono essere d'intralcio. La stessa* ambiguità *ricorre a proposito dei* simboli*. […] Tra l'altro anche se il linguaggio matematico è univoco, non esiste modo di accedervi se non attraverso la lingua parlata, le cui parole sono cariche di contenuti e associazioni»,* [6].

Per dirla con le parole più poetiche di Tito Tonietti, «*la possibilità stessa della comunicazione riposa sull'ambiguità che ne rappresenta in un certo senso la stabilità strutturale*», [7].

Un esempio abbastanza evidente di quest'ambiguità che i matematici ammettono tranquillamente nella comunicazione tra di loro (e che quindi, *a fortiori*, è presente nella comunicazione pubblica), è dato dall'uso del segno "+" nella relazione di Grassmann che descrive la dimensione del sottospazio E+F somma dei due sottospazio E ed F

$$\dim(E+F) = \dim E + \dim F - \dim(E \cap F).$$

Il lettore (esperto!) è portato a individuare uno scarto di significato nell'uso del segno "+" che racchiude nella stessa area semantica la somma di due numeri interi – le dimensioni – e la somma di due sottospazi. D'altra parte, la formula sarebbe molto meno leggibile se venissero introdotti due segni diversi per distinguere le due somme diverse, e questa minor leggibilità sarebbe dovuta a una violazione della *stabilità strutturale* della comunicazione.

# Teorie come mondi possibili

Nella narrativa, vige un patto tra chi scrive e chi legge a proposito della comparazione tra il mondo di riferimento del lettore, la cosiddetta realtà, e il mondo narrativo del testo, il cosiddetto “mondo possibile” del racconto, [2].

In un racconto, ci sono alcuni individui, forniti di certe proprietà, che compiono una serie di azioni, vale a dire la storia narrata. Delle proprietà, alcune sono comuni alla realtà, altre sono esclusive del mondo di quel testo, come mostra il celebre esempio dovuto a Umberto Eco.

> «*Cosa accade quando delineo un mondo fantastico, come quello di una fiaba? Raccontando la storia di Cappuccetto Rosso ammobilio il mio mondo narrativo con un limitato numero di individui (la bambina, la nonna, il cacciatore, il lupo, due capanne, un bosco, un fucile, un canestro) forniti di un numero limitato di proprietà. Alcune delle assegnazioni di proprietà a individui seguono le stesse regole del mondo della mia esperienza (per esempio anche il bosco della fiaba è fatto di alberi), alcune altre assegnazioni valgono solo per quel mondo: per esempio in questa fiaba i lupi hanno la proprietà di parlare, le nonne e le nipotine di sopravvivere all'ingurgitazione da parte di lupi*», ([2], p. 129).

La fiaba di Cappuccetto Rosso disegna dunque una serie di personaggi e proprietà che in parte si sovrappongono, in parte sono diversi da quelli del nostro mondo di riferimento. Riconoscere e accettare le differenze tra la realtà e il mondo possibile della narrazione è uno dei meccanismi, delle attività interpretative, su cui si basa il piacere del testo ma, prima ancora, il suo funzionamento.

Così come la narrativa, anche la matematica ricorre all'uso di mondi possibili nei propri contesti d'azione. Vale a dire che in un contesto fissato, ci sono concetti che si basano sull'esperienza di riferimento del lettore e altri che sono specifici di quell'ambito matematico.

Prendiamo l'esempio elementare dei gruppi modulari: in questi, ci sono fatti che seguono le stesse regole del mondo di riferimento del lettore (uno zero funge da elemento neutro, l'addizione è quella ovvia ecc.), e ce ne sono che si comportano secondo proprietà inaspettate (esistono divisori dello zero, è possibile che tutti i numeri siano potenze di un numero dato ecc.). Una situazione non dissimile si ha anche nella definizione di molti spazi, operatori, categorie, funtori. E il lettore non esperto, di caso in caso, deve capire cosa si comporta nel modo solito e cosa segue l'accezione propria del mondo possibile, vale a dire la specificità di *quella* teoria; cosa cioè può essere guardato col "senso comune" e cosa è vincolato da criteri che regolano la logica di quel ben determinato mondo possibile.

Nella formulazione di ogni teoria si delinea un mondo per mezzo di assiomi e postulati, lo si popola di un certo numero di individui che vengono animati da un numero limitato di proprietà.

Contribuire alla costruzione di tutto questo significa per l'appunto far parte della comunità degli esperti di quella teoria. I non esperti invece se la trovano davanti agli occhi come se fosse un oggetto definito, concluso. Ed è questo che, nella migliore delle ipotesi, li porta a guardarla con sguardo duplice (un occhio al proprio mondo di riferimento, l'altro al mondo della teoria) e, di conseguenza, a cercare di conciliare l'esperienza con le affermazioni della teoria.

L'incapacità di distinguere tra i due mondi può costituire un ostacolo insuperabile: pensiamo alle geometrie non euclidee che vengono confrontate costantemente con la nostra esperienza euclidea e che pertanto risultano inaspettate e generano stupore. Com'è possibile che un triangolo abbia tre angoli retti? E che per un punto non passi alcuna retta parallela? È possibile solo se capiamo che i lupi parlano e che nonne e bambine sopravvivono all'ingurgitazione da parte di lupi ovvero che non vale il quinto postulato di Euclide e che i triangoli hanno lati che sono segmenti di curve minime (non sempre rettilinee com'è nella nostra esperienza). E che tutto ciò accade *nello stesso momento in cui* tutto il resto si comporta secondo la nostra esperienza, vale a dire secondo gli altri postulati.

## L'individuazione di pratiche interpersonali

Nella comunicazione pubblica quindi l'ambiguità entra da due lati: da una parte il non esperto deve confrontarsi con la non conoscenza rigorosa dei termini, dall'altro deve calarsi, di volta in volta, in un nuovo mondo possibile. Ecco allora che per il non esperto la matematica è molto più popolata da *immagini* che da simboli e formule.

Inoltre, nella comunicazione pubblica, il testo è ricco di altre immagini: quelle figurate che, superando i limiti angusti del rigore e dell'oggettività, mirano a rappresentare (qui usato nell'accezione originaria di "presentare una seconda


Current Address : via Puccini, 26 – 34078 Sagrado GO (Italy) Phone +39 3338189121 Skype: gouthier.daniele

volta") altrimenti idee e teorie, in modo che anche il lettore non esperto possa figurarsi quelle idee e quelle teorie. Di fatti, se il rigore e l'oggettività sono vitali per il matematico e gli permettono di far procedere il suo pensiero, per chi matematico non è, è importante trovare altre parole e formulare altri modi che esprimano idee e teorie. In "Alice nel paese delle meraviglie", Humpty Dumpty, la strana creatura dalla forma d'uovo, lo dice con chiarezza: quando si stabilisce il significato delle parole, ciò che importa è chi comanda.

Quest'alterità del linguaggio è dettata dall'esigenza di proporre figure di pensiero che ri-elaborino concetti elaborati in altri contesti e pensati per altre orecchie, nonché dall'esigenza di gettare nuova luce su nessi che mettono in relazione idee diverse. La prima elaborazione, che potremmo dire originaria, ha bisogno di rigore e oggettività per far emergere nuova conoscenza. La rielaborazione, invece, ha bisogno di parole e modi che raffigurino questa conoscenza anche per chi non ha la necessità di rifare il percorso che l'ha generata, per chi ha solo l'esigenza d'impararla, di comprenderla o, con molta maggior frequenza, di formulare un'opinione, sviluppare un atteggiamento, fondare una credenza.

Nel far questo, la consistenza semantica degli stessi termini specialistici risulta modificata, deformata; s'impoveriscono tecnicamente per fare posto a un aumento del loro potere evocativo, della loro suggestione, ossia della loro ambiguità.

La ragione di questa deformazione - che spesso stride all'orecchio del matematico - risiede tutta nella fondamentale differenza degli attori che caratterizzano da una parte la ricerca e dall'altra la sua comunicazione pubblica. La prima ha, infatti, bisogno di fornire strumenti linguistici immediatamente riutilizzabili da tutti i membri di una comunità ristretta, affinché si possa passare il più rapidamente possibile all’elaborazione di nuova conoscenza. Nella seconda, invece, non vi è l'esigenza di rendere qualcuno abile nella produzione di progressive piattaforme di sapere mutuate da ciò che questi sta apprendendo. Addirittura, è frequente che la comunicazione pubblica non coinvolga nessun attore esperto ma che preveda scambi di conoscenze, opinioni e credenze, tra persone o gruppi che non si pongono il problema di imparare o di far imparare, ma piuttosto quello di decidere e di capire su quali basi decidere. Ecco allora che il ricorso a un linguaggio figurato, vale a dire *ambiguo* è spesso una scelta inevitabile per comunicare efficacemente.

Quello che conta è che *coloro che parlano di matematica* siano (o meglio si sentano) liberi di abbandonarsi a pratiche rassicuranti, che facciano da collante di quella particolare comunità, producendo fiducia e condivisione, mettendo gli individui in comunicazione l'un l'altro e spingendoli a mettersi in rete. Conta cioè che ciascuno sia libero di usare il *proprio* linguaggio e che, dal confronto con gli altri, esca rafforzato da tutti quegli interventi, quelle puntualizzazioni che "fanno le pulci" a quanto dice. Serve che un gruppo che parla di matematica adotti un qualche genere di *grooming matematic*o. Parliamo di una prassi che accetta il confronto, la discussione, persino la polemica, su concetti e problemi matematici, perché è in un quadro di condivisione collettiva, sociale, che si creano le condizioni di stabilità del linguaggio e della matematica. E da questo grooming nasce la possibilità che il linguaggio e la matematica vengano sentiti come una necessità propria, da conseguire cercando l'astrazione.


Current Address : via Puccini, 26 – 34078 Sagrado GO (Italy) Phone +39 3338189121 Skype: gouthier.daniele

# Bibliografia

[1] Eco U., *La ricerca della lingua perfetta nella cultura europea*, Bari, Laterza, 1993.

[2] Eco U., Lector in fabula. La cooperazione interpretativa nei testi narrativi, Bompiani, Milano, 1979

[3] Gouthier D., Pitrelli N., Pupolizio I., "La lingua perfetta e i matematici: il caso di Giuseppe Peano", JCOM 1 (1), 2001, http://jcom.sissa.it/

[4] Gouthier D., "Termini e linguaggio per comunicare matematica", JCOM 1 (2), 2002

[5] Gouthier D., Castelfranchi Y., Manzoli F., Cannata I., L'evoluzione dell'immagine della scienza dall'infanzia all'adolescenza, Report 2003, Octs - Observatory on Children, Teens and Science, SISSA, 2003

[6] Tobias S., *Come vincere la paura della matematica*, Longanesi, Milano, 1994, p. 50

[7] Tonietti T., *Catastrofi*, Dedalo, Bari, 2002